

## Fiche bilan : Nombres entiers

### Questions :

- 1) Donner les définitions de :
  - diviseur
  - diviseur commun
  - nombres premiers entre eux
  - fraction irréductible
- 2) Ecrire la propriété qui permet de reconnaître deux nombres premiers entre eux
- 3) Ecrire la propriété qui permet d'écrire une fraction sous forme irréductible.

### Exercice 1 :

1. Le nombre 837 est-il divisible par 9 ?
2. Le nombre 5 est-il un diviseur de 310 ?
3. 738 est-il un multiple de 31 ?
4. Est-il possible de trouver un diviseur commun autre que 1 à 310 et 738. Qu'en conclure pour ces deux nombres ?
5. Sans faire de calcul expliquer pourquoi la fraction  $\frac{738}{310}$  n'est pas irréductible.

### Exercice 2 :

1. Décomposer 837 et 310 en produits de facteurs premiers.
2. Ecrire la fraction  $\frac{310}{837}$  sous forme irréductible.
3. Comment répartir dans un maximum de lots identiques la totalité de 310 caramels et 837 bonbons à la fraise ?

### Exercice 3 :

Un artisan pâtisser prépare des macarons pour les fêtes. Il a confectionné 390 macarons au chocolat et 270 au citron.

Il souhaite ensuite les mettre en vente en ligne dans des boîtes en respectant les contraintes suivantes :

- Contrainte 1 : toutes les boîtes doivent être identiques
- Contrainte 2 : il ne doit pas lui rester de macarons
- Contrainte 3 : la masse d'une boîte de doit pas excéder 1 kg ( boîte vide 50 g)
- Contrainte 4 : il veut confectionner le plus grand nombre de boîtes
- Contrainte 5 : la masse d'un macaron est de 15 g.

Il dispose aussi de l'information suivante donnée par sa calculatrice :  $\text{PGCD}(390 ; 270) = 30$ .

- 1) Le pâtisser se demande s'il pourrait envisager de confectionner 10 boîtes. Qu'en penses-tu ?
- 2) Donner le plus grand nombre de boîtes qu'il pourra confectionner. Donner ensuite la composition de chacun de ces boîtes et leur masse.
- 3) Pour mettre un peu de couleur, le pâtissier décide de confectionner 45 macarons à la pistache et de proposer des boîtes « aux trois saveurs » En respectant toujours les mêmes contraintes, combien de boîtes peut-il alors confectionner ? Donner la composition et la masse de chaque boîte.

Correction :

Questions :-> voir leçon

**Exercice 1**

1. La somme des chiffres de 837 est  $8 + 3 + 9 = 18$  qui est dans la table de 9 -> 837 divisible par 9
2. 310 se termine par le chiffre 0 donc est divisible par 5.
3.  $738 : 31 \approx 23,8$  pas un nombre entier -> 738 n'est pas un multiple de 31.
4. Les nombres 738 et 310 ont tous les deux pairs donc divisibles par 2. On en conclut que ces deux nombres ne sont pas premiers entre eux.
5. Les nombres 738 et 310 ont tous les deux pairs donc divisibles par 2. La fraction peut donc être simplifiée par, elle n'est pas irréductible.

**Exercice 2 :**

1. Décomposer 837 et 310 en produits de facteurs premiers.

837 3	310 2
279 3	155 5
93 3	31 31
31 31	1
1	Donc 310 = 2×5×31
Donc 837 = 3×3×3×31	

2. Pour écrire la fraction  $\frac{310}{837}$  sous forme irréductible, je remplace son numérateur e son dénominateur par leurs décompositions.  $\frac{310}{837} = \frac{2 \times 5 \times 31}{3 \times 3 \times 3 \times 31} = \frac{10}{27}$
3. Pour répartir dans un maximum de lots identiques la totalité de 310 caramels et 837 bonbons à la fraise, je dois trouver un nombre qui :
  - divise à la fois 310 et 837 , ainsi il n'y aura aucun reste et des paquets identiques
  - et qui soit le plus grand possible ! ainsi on confectionnera le plus grand nombre de lots  
cela revient à chercher PGCD(837 ;31)

d'après la question 1 , on a PGCD(837 ;310) = 31

De plus :

$$310 : 31 = 10$$

$$837 : 31 = 27$$

Conclusion : on constitue 31 lots contenant chacun 10 caramels et 27 bonbons à la fraise.

Exercice 3 :

1) Pour savoir s'il peut confectionner 10 boîtes, on doit vérifier si 390 et 270 sont divisibles par 10 et si la masse des boîtes n'excède pas 1 000 g :

- 390 et 270 se terminent par 0 donc sont divisibles par 10

- on mettra 39 macarons au chocolat et 27 macarons au citron dans chaque boîte, 66 macarons.

Et  $66 \times 15 + 50 = 1040 \text{ g} > 1000 \text{ g}$

Conclusion : il ne peut envisager de fabriquer 10 boîtes

2) Pour confectionner le plus grand nombre de boîtes, il faut trouver un nombre qui

- divise à la fois 390 et 270 (contraintes 1 et 2)

- soit le plus grand possible (contrainte 4)

cela revient à déterminer  $\text{PGCD}(390; 270)$

or, d'après l'énoncé on a l'information que ce PGCD vaut 30.

Conclusion : il pourrait confectionner au maximum 30 boîtes.

Composition des boîtes :

- $390 : 30 = 13$  -> 13 macarons au chocolat
- $270 : 30 = 9$  -> 9 macarons citron

Masse d'une boîte :  $(13 + 9) \times 15 \text{ g} + 50 \text{ g} = 380 \text{ g}$

Conclusion : il pourra confectionner 30 boîtes, contenant chacune 13 macarons chocolat et 9 macarons citron pour une masse totale de 380 g.

3) Puisqu'il dispose de 45 macarons à la pistache, et que  $45 > 30$ , on ne peut garder le nombre de sachets égal à 30 : il faut trouver un diviseur de 30 qui soit aussi diviseur de 45.

Diviseurs de 30 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 20 ; 30 ;

Diviseurs de 45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45

On choisit 15.

Donc

$390 : 15 = 26$

$270 : 15 = 18$

$45 : 15 = 3$

Soit 47 macarons par boîte

$47 \times 15 \text{ g} + 50 \text{ g} = 755 \text{ g} < 1000 \text{ g}$

Il pourra confectionner 15 boîtes contenant 26 macarons chocolat, 18 macarons citron et 3 macarons pistache pour une masse totale de 755 g.

## Exercice brevet

### **Amérique du Nord (avril 2014)**

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. Peut-il faire 76 sachets? Justifier la réponse.
2. a. Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser?
2. b. Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet?

### **Polynésie (juin 2013)**

1. Décomposer 305 et 405 en produits de facteurs premiers.
2. Dans les bassins d'eau de mer filtrée d'une ferme aquacole de bécotiers destinés à l'aquariophilie, on compte 9 bacs contenant chacun 35 bécotiers de 12,5 cm et 15 bacs contenant chacun 27 bécotiers de 17,5 cm. L'exploitant souhaite répartir la totalité des bécotiers en des lots de même composition : Par lot, même nombre de bécotiers de 12,5 cm et même nombre de bécotiers de 17,5 cm.
  - a. Quel est le plus grand nombre de lots qu'il pourra réaliser? Justifie ta réponse.
  - b. Quelle sera la composition de chaque lot?

### **Amérique du Sud (novembre 2013)**

Un pâtissier a préparé 840 financiers\* et 1176 macarons\*. Il souhaite faire des lots, tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1. a. Sans faire de calcul, expliquer pourquoi les nombres 840 et 1176 ne sont pas premiers entre eux.
- b. Le pâtissier peut-il faire 21 lots ? Si oui, calculer le nombre de financiers et le nombre de macarons dans chaque lot.
- c. Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut faire? Quelle sera alors la composition de chacun des lots?
2. Cette année, chaque lot de 5 financiers et 7 macarons est vendu 22,40 €. L'année dernière, les lots, composés de 8 financiers et de 14 macarons étaient vendus 42 €. Sachant qu'aucun prix n'a changé entre les deux années, calculer le prix d'un financier et d'un macaron.

\*Les financiers et les macarons sont des pâtisseries