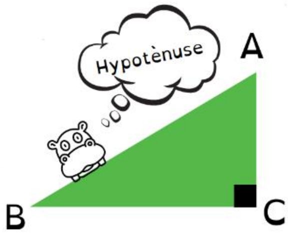
MEMO BREVET MATHEMATIQUES

Pythagore

THEOREME : Dans un triangle **rectangle** le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés.

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

hypoténuse — côtés de l'angle droit



Exemple : Calcul de AB

D'après le th de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

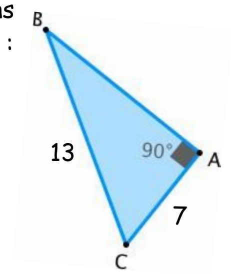
$13^2 = AB^2 + 7^2$

$169 = AB^2 + 49$

$AB^2 = 169 - 49$

$AB^2 = 120$

$AB = \sqrt{120}$



RECIPROQUE DE PYTHAGORE : *sert à prouver qu'un triangle est rectangle*

Exemple : Soit ABC un triangle tel que AB = 12, BC = 9, AC = 15. Prouver qu'il est rectangle.

D'une part $AC^2 = 15^2 = 225$

D'autre part $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$

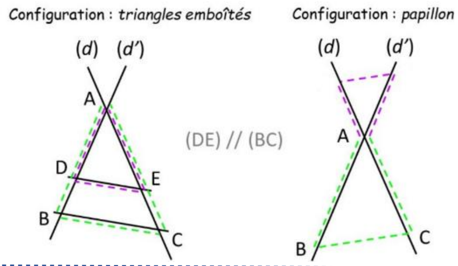
comme $AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors d'après la réciproque de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

Thalès

THEOREME : Si les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A

Si la droite **(DE)** est **parallèle** **à la droite (BC)** alors :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



Exemple : Calcul de EA

Comme : (EA)//(CD) ;

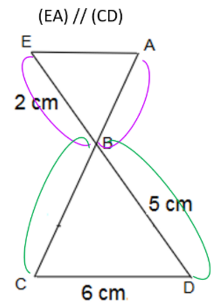
(ED) et (AC) sécantes en B

Alors d'après le th de Thalès :

$$\frac{EB}{BD} = \frac{AB}{BC} = \frac{EA}{DC}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{EA}{6}$$

EA = 6 × 2 ÷ 5 donc EA = 1,4 cm



RECIPROQUE DE THALES : *sert à prouver que 2 droites sont parallèles*

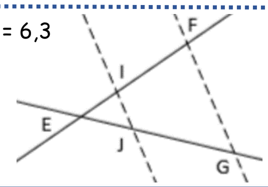
EI = 4 ; EF = 4,5 ; EJ = 5,6 ; EG = 6,3

Exemple : Prouver que (IJ)//(FG).

D'une part EI/EF = 4/4,5 = 8/9

D'autre part EJ/EG = 5,6/6,3 = 8/9

comme EI/EF = EJ/EG et que les points E,I,F et E,J,G sont alignés dans le même ordre alors d'après la réciproque de Thalès on a : (IJ)//(FG).



Trigonométrie

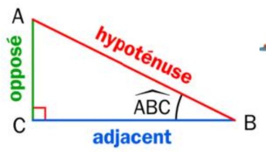
FORMULES : ABC un triangle rectangle en C.

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{adjacent}} = \frac{AC}{BC}$$

Pour retenir :



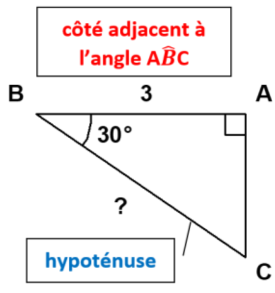
Exemple : Calcul de BC

Dans le triangle rectangle ABC :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos(30°) = \frac{3}{BC}$$

BC = 3 ÷ cos (30°) donc BC ≈ 3,5cm.



Exemple : Calcul de l'angle $\widehat{BAC}$:

Dans le triangle rectangle ABC :

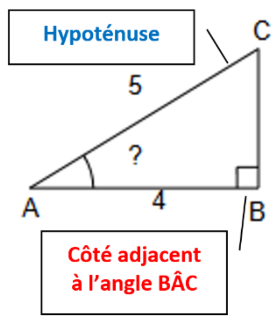
$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{4}{5}$$

$\widehat{BAC}$ = arccos (4 ÷ 5)

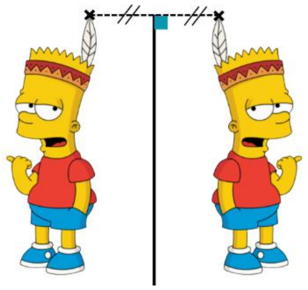
BAC ≈ 37°

Avec la CASIO

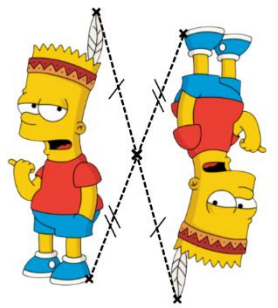


Transformations

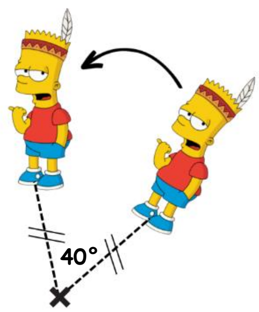
Symétrie axiale



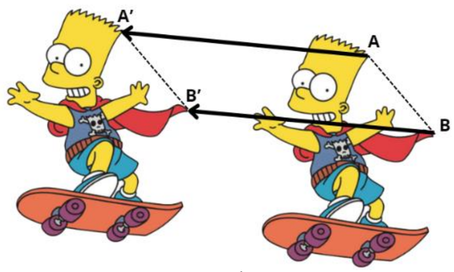
Symétrie centrale



Rotation

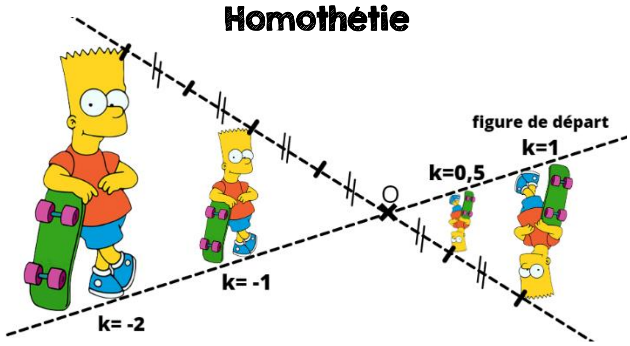


Translation



A'ABB' parallélogramme

Homothétie

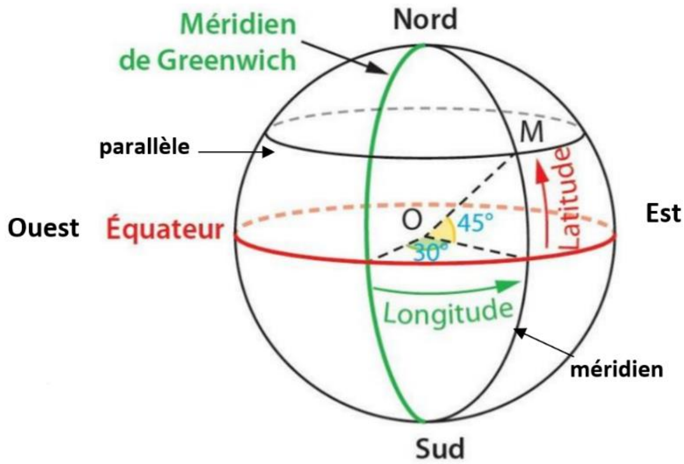


Repérage

Coordonnées géographiques :

M : (30°E ; 45°N)

Longitude   Latitude



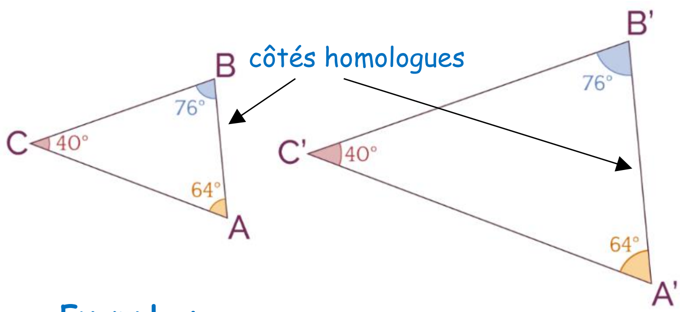
Triangles semblables

Définition : Deux triangles semblables sont deux triangles qui ont leurs angles 2 à 2 égaux.

RAPPEL : La somme des angles d'un triangle est de 180°.

Propriétés : Si deux triangles sont **semblables**, alors les longueurs de leurs côtés sont **deux à deux proportionnelles**.

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont **deux à deux proportionnelles**, alors ces triangles sont **semblables**.



Exemple :

longueurs du triangle ABC	8	AB	AC
longueurs du triangle EFG	16	11	EG

×2

$$\frac{16}{8} = \frac{11}{AB} = \frac{EG}{AC} = 2$$

Calcul littéral

DEVELOPPEMENT SIMPLE

$$\overbrace{k \times a}^{①} + \overbrace{k \times b}^{②}$$

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$

Exemple : $3(a - 5) = 3a - 15$

$\xleftarrow[\text{factoriser}]{}$

DEVELOPPEMENT DOUBLE

$$(a + b) \times (c + d) = \overbrace{a \times c}^{①} + \overbrace{a \times d}^{②} + \overbrace{b \times c}^{③} + \overbrace{b \times d}^{④}$$

Exemple : $(2a + 5)(a - 7) = 2a^2 - 14a + 5a - 35$

$= 2a^2 - 9a - 35$

IDENTITE REMARQUABLE

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemple : Factoriser : $25y^2 - 16 = (5y - 4)(5y + 4)$

Factoriser :

$25y^2 - (y + 3)^2 = [5y - (y + 3)][5y + (y + 3)]$

$= (4y - 3)(6y + 3)$

EQUATION PRODUIT NUL

Exemple : Résoudre l'équation $(2x + 3)(x - 6) = 0$

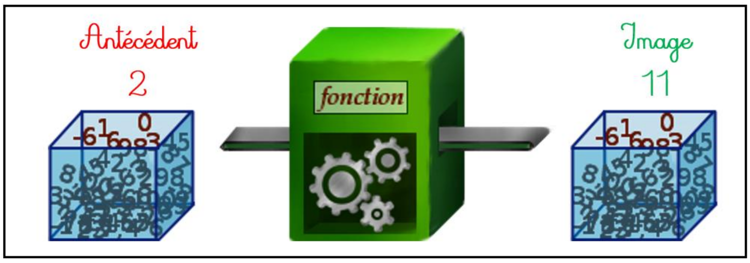
Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$2x + 3 = 0$ ou $x - 6 = 0$

$x = -3/2$ ou $x = 6$

Fonctions

Fonction = Processus qui permet à partir d'un nombre de départ appelé **antécédent** d'obtenir un nombre d'arrivée (unique) appelé **image**.



Soit la fonction $f(x) = 5x + 1$.

1) Calculer **l'image** de 2 par f :

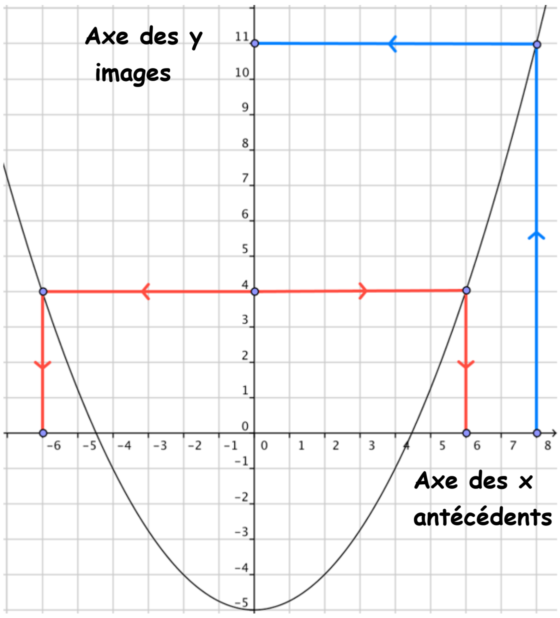
$f(2) = 5 \times 2 + 1 = 11$ ⟵ on remplace x par 2

2) Calculer **l'antécédent** de 31 par f :

équation ⟶ $5x + 1 = 31$

$5x = 30$

$x = 6$ *donc l'antécédent de 31 est 6*

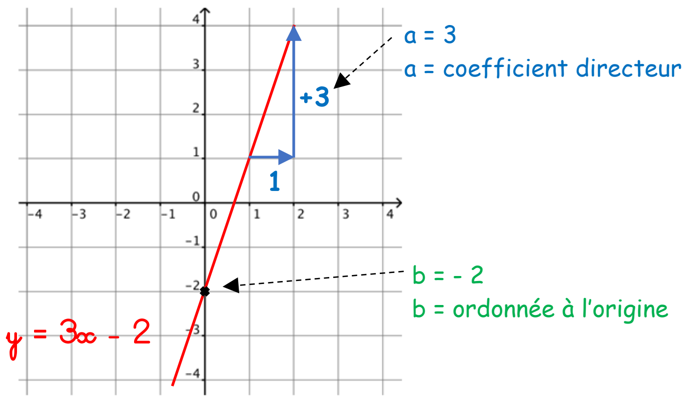


Par lecture graphique l'image de 8 est 11 :

$f(8) = 11$ *l'image de 8 par f est 11*

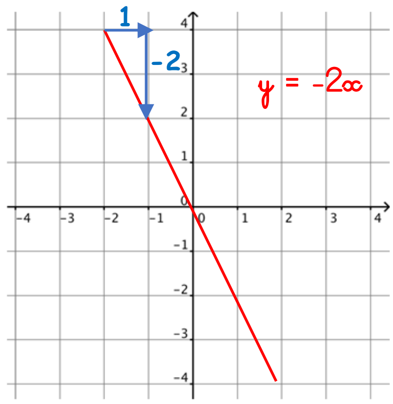
Par lecture graphique les antécédents de 4 sont 6 et -6 : $f(6) = 4$ et $f(-6) = 4$

FONCTION AFFINE : $f(x) = ax + b$



FONCTION LINEAIRE : $f(x) = ax$

droite passant par **l'origine** traduit une situation de **proportionnalité**



Nombres et calculs

FRACTIONS

Addition : $\frac{3}{5} + \frac{2}{15} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} + \frac{2}{15} = \frac{9}{15} + \frac{2}{15} = \frac{11}{15}$ ⟵ on réduit au **même dénominateur**

Division : $\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$ ⟵ on **multiplie par l'inverse**

PUISSANCES

- $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n fois}}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pour a ≠ 0.
- $10^n = \underbrace{10\ldots0}_{\text{n zéros}}$
- $10^{-n} = \underbrace{0{,}0\ldots01}_{\text{n zéros}}$

La notation scientifique de 732 800 :

$\underbrace{7{,}328}_{} \times 10^5$

Nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) x une puissance de 10

- $7^4 \times 7^5 = 7^{4+5} = 7^9$
- $\frac{7^9}{7^3} = 7^{9-3} = 7^6$
- $(7^9)^4 = 7^{9 \times 4} = 7^{36}$

POURCENTAGES

- **Calculer** 40% de 50 c'est : $\frac{40}{100} \times 50 = 20$.
- **Augmenter** 50 de 40% c'est calculer 1,40 × 50 = 70.
- **Diminuer** 50 de 40% c'est calculer 0,60 × 50 = 30.
- Il y a 13 filles sur 25 élèves.
  Calculer le pourcentage de filles :
  13 ÷ 25 = 0,52 soit 52%

ARITHMETIQUE

Un **nombre premier** a exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97…

30 = 2 × 3 × 5 (décomposition en produit de facteurs premiers)

75 = 3 × 5 × 5

Plus Grand Diviseur Commun de 30 et 75 : 3 × 5 = 15 *(utile pour les problèmes de partage)*

Plus Petit Multiple Commun de 30 et 75 : 2 × 3 × 5 × 5 = 150 *(utile pour les problèmes de rouages)*

Statistiques

Liste de 12 notes : 8 ; 10 ; 10 ; 12 ; 12 ; 12 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20

FREQUENCE

La fréquence de la note 10 est de $\frac{2}{12} \approx 0{,}17$ soit 17%.

MOYENNE

La moyenne des notes est de $\frac{8+10 \times 2+12 \times 3+14 \times 2+15+16+18+20}{12} = \frac{161}{12} \approx 13{,}4$

MEDIANE

Les 12 notes sont dans l'ordre **croissant** : $\underbrace{8 ;\ 10 ;\ 10 ;\ 12 ;\ 12 ;\ 12}_{\text{6 notes}} ;\ \underbrace{14 ;\ 14 ;\ 15 ;\ 16 ;\ 18 ;\ 20}_{\text{6 notes}}$

Médiane = moyenne de 12 et de 14 = 13

Interprétation : au moins 50% des notes sont supérieurs ou égales à 13 et au moins 50% des notes sont inférieurs ou égales à 13.

ETENDUE

Etendue = Note max – Note min = 20 – 8 = 12.

Interprétation : il y a 12 points d'écart entre la plus petite et la plus grande note.

FORMULAIRE

Les mesures de longueur

1 dimension : longueur	1 case par unité

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	0	0	0			

1km = 1 000m

Les mesures d'aire

2 dimensions : longueur et largeur	2 cases par unité

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
	1	0	0	0	0	0	0						

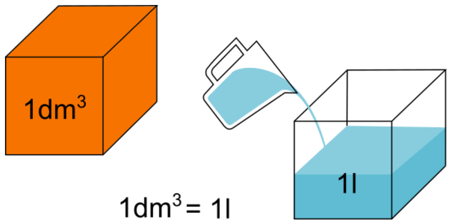
$1km^2 = 1\,000\,000m^2$ 1

Les mesures de volume

3 dimensions : longueur, largeur et hauteur	3 cases par unité

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0									

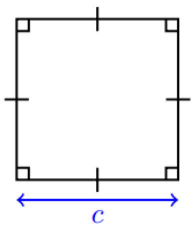
$1km^3 = 1\,000\,000\,000m^3$



$1dm^3 = 1l$

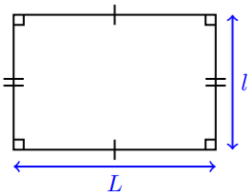
Aires

CARRE



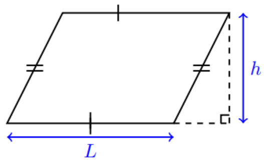
Aire = c × c

RECTANGLE



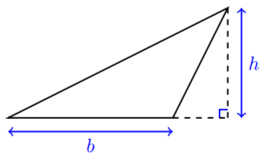
Aire = L × l

PARALLELOGRAMME



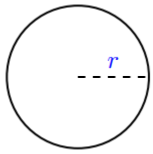
Aire = L × l

TRIANGLE



Aire = $\frac{b \times h}{2}$

DISQUE

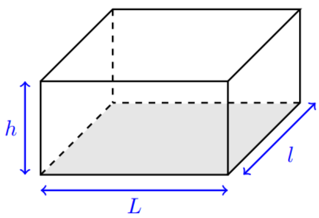


Périmètre = $2\pi r$

Aire = $\pi \times r^2$

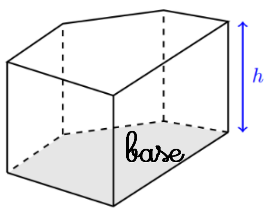
Volumes

PAVE DROIT



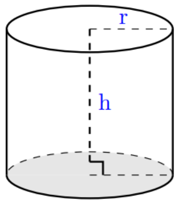
Volume = L × l × h

PRISME DROIT



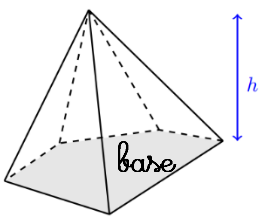
Volume = Aire de la base × h

CYLINDRE



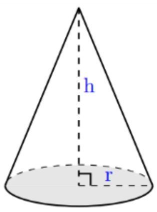
Volume = $\pi \times r^2 \times h$

PYRAMIDE



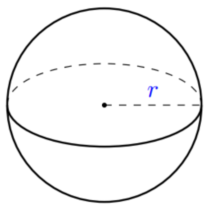
Volume = $\frac{\text{Aire de la base} \times h}{3}$

CONE



Volume = $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

BOULE



Volume = $\frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$